

第1講 多項式の加法・減法・乗法と展開公式 入門

1. この講で学ぶこと

- 多項式の種類項をまとめ、降べきの順に整理する手順を習得する。
- 指数法則を用いて、単項式の乗法を正確に計算する。
- 分配法則と展開公式を用いて、多項式の積を展開する力を身につける。

2. 要点整理

多項式の計算の基本は、文字の部分が全く同じである種類項をまとめることである。

計算ミスを防ぐため、特定の文字に着目して次数の高い項から順に並べる「降べきの順」に整理する習慣をつけること。

指数法則

正の整数 m 、 n について、以下の法則が成り立つ。

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

導出

a^m は a を m 個掛けたものである。

$a^m a^n$ は、 a を m 個掛けたものに、さらに a を n 個掛けることを意味する。

したがって、全体として a を $m+n$ 個掛けることになるため、 a^{m+n} となる。

$(a^m)^n$ は、 a^m を n 個掛けることである。

m 個の a の塊が n 個あるため、全体の個数は mn 個となり、 a^{mn} となる。

$(ab)^n$ は、 ab を n 個掛けることである。

乗法の交換法則により、 a を n 個、 b を n 個集めて掛けることができるため、 $a^n b^n$ となる。

ワンポイントアドバイス！

$2a^3$ と $(2a)^3$ の違いに注意せよ。

前者は a のみに3乗がかかっているが、後者は2と a の両方に3乗がかかるため、結果は $8a^3$ となる。

展開公式1(分配法則の拡張)

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

導出

$c+d$ をひとつの文字 X と置く。

$$(a+b)X = aX + bX$$

X を元の $c+d$ に戻す。

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



$$a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

展開公式2(平方の公式)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

導出

展開公式1を用いる。

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a(a+b) + b(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

同様に、 $(a-b)^2$ についても計算する。

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

$$= a(a - b) - b(a - b)$$

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

展開公式3(和と差の積)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

導出

展開公式1を用いる。

$$(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b)$$

$$= a^2 - ab + ba - b^2$$

$$= a^2 - b^2$$

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



展開公式4(1次式の積)

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

導出

展開公式1を用いる。

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b)$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (a + b)x + ab$$

同様に次式も導出できる。

$$(ax + b)(cx + d) = ax(cx + d) + b(cx + d)$$

$$= acx^2 + adx + bcx + bd$$

$$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

ワンポイントアドバイス！

$(ax + b)(cx + d)$ の展開は、公式として丸暗記するよりも、「前と前」「外と外」「内と内」「後ろと後ろ」を掛けて足し合わせるという手順で手を動かして覚えるとミスが少ない。

3. 例題

問題1

整式 $A = 2x^2 - 3x + 1$ 、 $B = x^2 + 4x - 2$ について、 $A + B$ および $A - 2B$ を計算せよ。

解説

多項式の加法・減法は、同類項をまとめることである。

引き算の場合は、引く式の各項の符号をすべて反転させることに注意せよ。

$$A + B = (2x^2 - 3x + 1) + (x^2 + 4x - 2)$$

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



$$= (2 + 1)x^2 + (-3 + 4)x + (1 - 2)$$

$$= 3x^2 + x - 1$$

$$A - 2B = (2x^2 - 3x + 1) - 2(x^2 + 4x - 2)$$

$$= 2x^2 - 3x + 1 - 2x^2 - 8x + 4$$

$$= (2 - 2)x^2 + (-3 - 8)x + (1 + 4)$$

$$= -11x + 5$$

答え

$$A + B = 3x^2 + x - 1$$

$$A - 2B = -11x + 5$$

問題2

次の式を計算せよ。

$$2x^2y \times (-3xy^3)^2$$

解説

まず、累乗の計算を指数法則を用いて行う。

$$\begin{aligned}(-3xy^3)^2 &= (-3)^2 \times x^2 \times (y^3)^2 \\ &= 9x^2y^6\end{aligned}$$

次に、全体を掛け合わせる。

係数どうし、同じ文字どうしを掛ける。

$$\begin{aligned}2x^2y \times 9x^2y^6 &= (2 \times 9) \times (x^2 \times x^2) \times (y \times y^6) \\ &= 18x^4y^7\end{aligned}$$

ワンポイントアドバイス！

負の数の累乗には特に注意せよ。

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



マイナスの符号が括弧の中にあるか外にあるかで結果が変わる。

$(-3)^2$ は9であるが、 -3^2 は-9である。

答え

$$18x^4y^7$$

問題3

次の式を展開せよ。

$$(2x + 3)(3x - 4)$$

解説

展開公式 $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$ を用いる。

$$\begin{aligned}(2x + 3)(3x - 4) &= (2 \times 3)x^2 + 2 \times (-4) + 3 \times 3x + 3 \times (-4) \\ &= 6x^2 + (-8 + 9)x - 12\end{aligned}$$

$$= 6x^2 + x - 12$$

答え

$$6x^2 + x - 12$$

4. 演習問題

問題1

$A = 3x^2 - 2x + 4$ 、 $B = -x^2 + 5x - 1$ のとき、 $2A - B$ を計算せよ。

問題2

次の式を計算せよ。

$$(-2a^2b)^3 \times 3ab^2$$

問題3

次の式を展開せよ。

$$(x + 5)^2$$

問題4

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



次の式を展開せよ。

$$(3x - 2y)^2$$

問題5

次の式を展開せよ。

$$(4x + 3y)(4x - 3y)$$

問題6

次の式を展開せよ。

$$(x - 6)(x + 2)$$

問題7

次の式を展開せよ。

$$(2x + 1)(4x - 3)$$

問題8

次の式を展開せよ。

$$(3x - 5y)(2x + y)$$

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



5. 演習問題の解答・解説

問題1

解説

$$2A - B = 2(3x^2 - 2x + 4) - (-x^2 + 5x - 1)$$

$$= 6x^2 - 4x + 8 + x^2 - 5x + 1$$

$$= 7x^2 - 9x + 9$$

答え

$$7x^2 - 9x + 9$$

問題2

解説

$$(-2a^2b)^3 = (-2)^3 \times (a^2)^3 \times b^3$$

$$= -8a^6b^3$$

これに $3ab^2$ を掛ける。

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



$$-8a^6b^3 \times 3ab^2 = -24a^7b^5$$

答え

$$-24a^7b^5$$

問題3

解説

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を用いる。

$$(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$= x^2 + 10x + 25$$

答え

$$x^2 + 10x + 25$$

問題4

解説

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を用いる。

$$(3x - 2y)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2$$

$$= 9x^2 - 12xy + 4y^2$$

ワンポイントアドバイス！

$(3x)^2$ を $3x^2$ と間違えないように注意せよ。

係数も必ず2乗すること。

答え

$$9x^2 - 12xy + 4y^2$$

問題5

解説

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ を用いる。}$$

$$(4x + 3y)(4x - 3y) = (4x)^2 - (3y)^2$$

$$= 16x^2 - 9y^2$$

答え

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



$$16x^2 - 9y^2$$

問題6

解説

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \text{ を用いる。}$$

$$(x - 6)(x + 2) = x^2 + (-6 + 2)x + (-6) \times 2$$

$$= x^2 - 4x - 12$$

答え

$$x^2 - 4x - 12$$

問題7

解説

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd \text{ を用いる。}$$

$$(2x + 1)(4x - 3) = (2 \times 4)x^2 + 2 \times (-3) + 1 \times 4x + 1 \times (-3)$$

$$= 8x^2 + (-6 + 4)x - 3$$

$$= 8x^2 - 2x - 3$$

答え

$$8x^2 - 2x - 3$$

問題8

解説

文字が2種類ある場合も同様に計算する。

$$(3x - 5y)(2x + y) = (3 \times 2)x^2 + 3 \times 1 + (-5) \times 2xy + (-5y) \times y$$

$$= 6x^2 + (3 - 10)xy - 5y^2$$

$$= 6x^2 - 7xy - 5y^2$$

答え

$$6x^2 - 7xy - 5y^2$$

6. 仕上げチェック

- この講で特に大事なポイント 同類項の整理、指数法則を用

このテキストをより効果的に活用したい方はQRコードより無料相談を！



いた単項式の計算、および基本的な4つの展開公式を正確に使いこなせるかどうかが重要である。符号のミスや、係数の累乗忘れには十分注意せよ。

- 次の講とのつながり 第2講「展開の工夫」では、今回学んだ基本公式を用いて、より長く複雑な式を、文字の置き換えや組み合わせの工夫を利用して効率よく展開する方法を学ぶ。基本的な展開公式が瞬時に出てくる状態にしておくこと。